Электротехнические комплексы и системы

УДК 620.9; 574.47

С.А. Хорьков

ОБ ЭКСПОНЕНТЕ, СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ И ГИПЕРБОЛЕ В ЦЕНОЛОГИИ

Аннотация. Показано, что в модели ценоза показательную (экспоненциальную) функцию, описывающую распределение количества элементов по его видам (рангам), преобразуют, в ней аргумент (показатель степени) заменяют логарифмом аргумента и получают степенную функцию. Показано, что в модели ценоза в виде иерархического дерева показательная функция (экспонента) характеризует распределение количества элементов или распределение их размера по видам (рангам), а степенная функция (гипербола) характеризует распределение расстояния (и времени) между уровнями ветвления дерева. Установлено, что коэффициент при аргументе показателя степени показательной функции и показатель степени степенной функции выражают через логарифм от количества элементов в узле ветвления иерархического дерева. Показано, что в степенной функции величина этого показателя и её знак характеризуют скорость и направление ветвления иерархического дерева, соответственно.

Ключевые слова: модель ценоза, самоподобная структура, иерархическое дерево.

Для цитирования: Хорьков С.А. Об экспоненте, степенной функции и гиперболе в ценологии // Управление техносферой: электрон. журнал. 2019. Т.2. Вып. 1. URL: http://f-ing.udsu.ru/technosphere

Термин «ценоз» появился в составе термина «биоценоз» еще во второй половине 19 века. Понятие ценоз (техноценоз), как таковое, появилось и его стали употреблять во второй половине 20 века. Появлению понятия предшествовали научные исследования сообществ с гиперболическими распределениями в частотной и ранговой формах. Эти распределения, получившие названия – законы Парето-Ципфа, находили (и находят) в экономике, наукометрии, биологии, социологии, лингвистике, астрономии, информатике, технике и других областях науки и практики [1].

Появление понятия ценоза (техноценоза) обусловлено вовлечением в сферу практики сложных систем (объектов, сообществ, хозяйств), состоящих из множества разновеликих частей (элементов), которые нужно проектировать, эксплуатировать и ремонтировать. Понятие ценоза позволяет работать с бесконечным рядом самоподобных величин и объектов. До его введения понятийный аппарат позволял работать только с единичными и конечными объектами.

Разработка искусственных сложных систем по типу «природных технологий», большое разнообразие таких систем ставит практические и научные вопросы исследования ценозов (техноценозов). В моделях ценозов широко используют показательные (экспоненциальные) и степенные (гиперболические) функциональные зависимости [2, 3]. Для ценологии актуальным является вопрос об их взаимосвязи и интерпретации.

Рассмотрим соответствие между этими зависимостями для сообщества с самоподобной структурой [4]. В модели этого сообщества в показательной функции, описывающей распределение количества элементов по его видам (рангам), аргумент (показатель степени) заменяют логарифмом аргумента и получают степенную функцию. Правила математики при этом не нарушают. Замену производят для удобства работы с сообществом, имеющим бесконечно большое число элементов. В то же время, при такой замене получают дополнительный эффект. Его появление обусловлено тем, что логарифмирование позволяет выделить на логарифмической шкале периоды (декады, октавы) степенной связи [4]. Через логарифм определяют энтропию и количество информации. Логарифмирование есть не только формальное действие, но и другая точка зрения на бесконечность, на нелинейность, на сумму и на произведение чисел (величин). Логарифмирование чисел (величин) позволяет перевести операцию «умножения» (повтора) в операцию «суммы». Логарифмирование степенных (гиперболических) распределений выделяет их периодичность, но на логарифмической шкале. Логарифмическая ось не имеет характерного масштаба, ее декады (октавы) имеют один «размер» и для больших и для малых значений чисел (величин). Логарифмическая ось не имеет нуля, а потому – удобна для работы с бесконечностью.

Рассмотрим соответствующий пример: $y=2^x=exp(xln(2))$.Смысл (уместно сказать физический смысл) показательной функции заключается в том, что она показывает то, сколько раз следует повторить основание функции. В данном случае основание *2* повторяют неизвестное вещественное число *x* раз. Если аргумент *x* заменить на $ln(x)$, то получают $y=2^{ln(x)}=exp(ln(x)(ln(2)))= x^{ln(2)}$.Таким образом, при замене аргумента на его логарифм из показательной функции получают другую форму функциональной связи– степенную функцию. Она показывает, что неизвестная наперед величина *x* изменяется со скоростью, соответствующей известной степени $ln(2)$, в положительном направлении, знак «плюс» опущен. Очевидно, что для обозначения противоположного направления знаком степени будет «минус». Соответствующий пример для этого случая также имеет вид степенной функции: $y=2^{-ln(x)}=exp(-ln(x)(ln(2)))=x^{-ln(2)}$. Частным случаем степенной функции является гиперболическая функция.

Она связана с экспоненциальным выражением, у которого основанием является число *e*= 2.718…. Запись гиперболической функции через экспоненту имеет вид $y=e^{-ln(x)}=exp(-ln(x))=x^{-1}$.

На примере *2*-адического и абстрактного *Exp*-адического (*E*-адического) иерархических деревьев рассмотрим, как проявляет себя взаимосвязь показательных и степенных функций. На рис.1 показана модель ветвящейся структуры *2*-адического дерева с 4-мя внешними (слева) и 4-мя внутренними (справа) уровнями ветвления. Внутренние уровни ветвления представляют иерархическую структуру модели ценоза [5]. Внешние уровни ветвления представляют инверсию структуры модели ценоза во внешний мир.

На рис. 1 ниже иерархического дерева последовательно показаны: ось количества элементов на уровне, связанная показательной функцией, ось расстояния (и времени) между уровнями, связанная степенной функцией, ось размера элементов на уровне, связанная показательной функцией.

Рис. 1. Модель ветвящейся структуры 2-адического дерева с 4-мя внешними (слева) и 4-мя внутренними (справа) уровнями ветвления. Внутренние уровни ветвления представляют иерархическую структуру модели ЭМЦПП. Внешние уровни ветвления представляют инверсию структуры модели ЭМЦПП

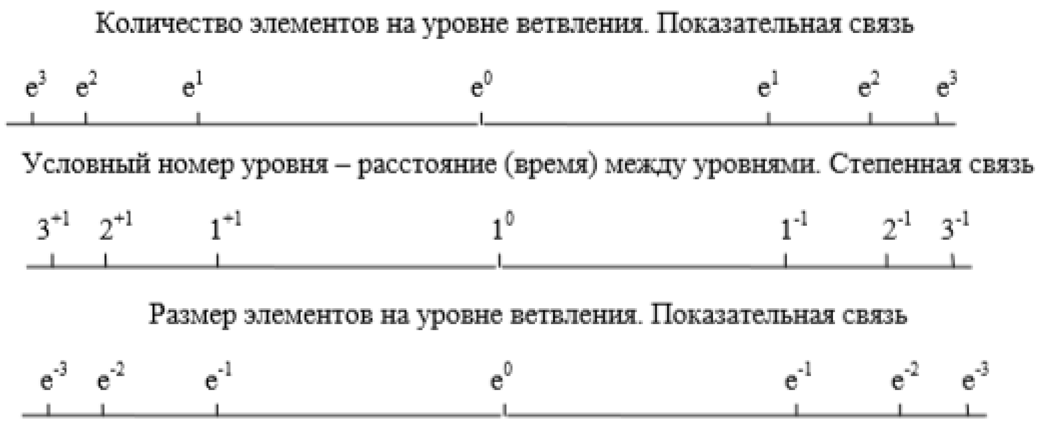

Рис. 2. Количество элементов на уровне, условный номер уровня и размер элемента на уровне для ветвящейся структуры абстрактного E-адического дерева с 4-мя внешними (слева от центра) и 4-мя внутренними (справа от центра) уровнями ветвления

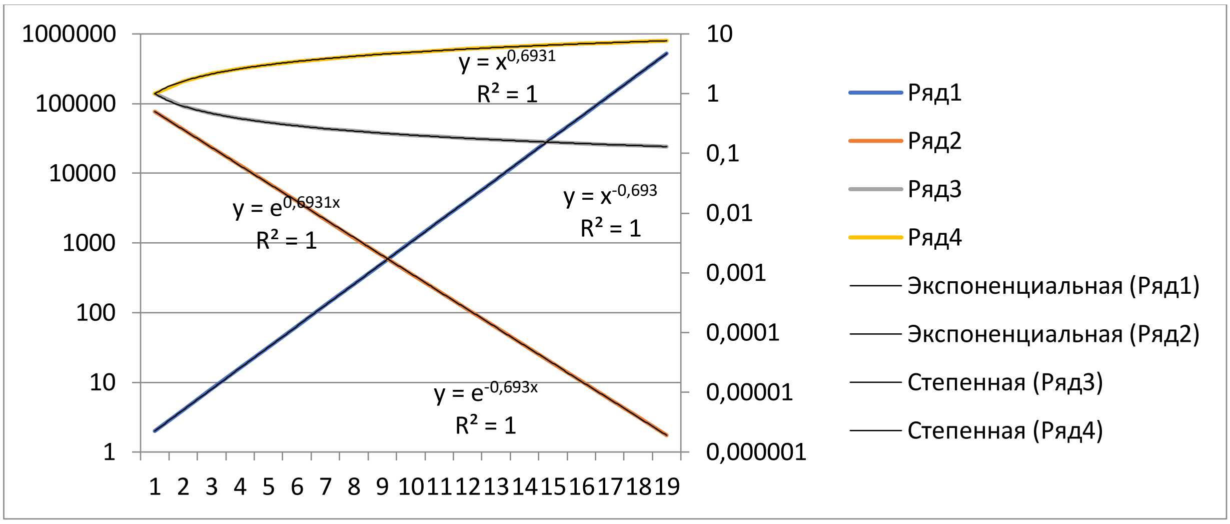

Рис. 13. Показательные (экспоненты) и степенные функции в логарифмическом масштабе для ветвящейся структуры *2*-адического дерева с 20-ью внешними и 20-ью внутренними уровнями ветвления

Примечание: Ряд 1 – число элементов на внешних и внутренних уровнях; Ряд 2 – размер элементов на внешних и внутренних уровнях; Ряд 3 – расстояние между внутренними уровнями; Ряд 4 – расстояние между внешними уровнями.

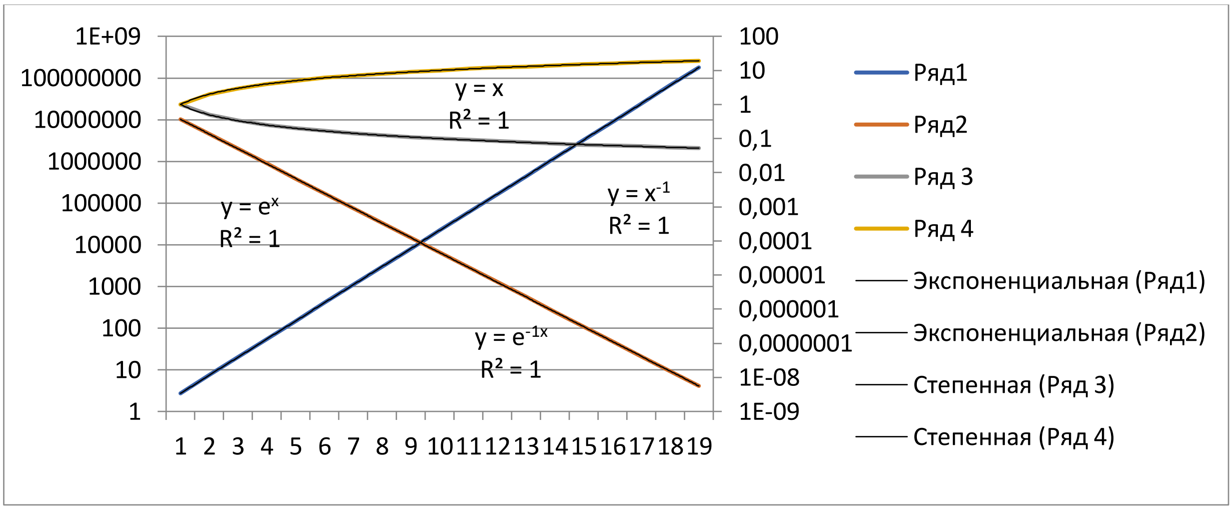

Рис. 14. Экспоненты (показательные функции), гипербола и инверсия гиперболы в логарифмическом масштабе для ветвящейся структуры абстрактного *E*-адического дерева с 20-ью внешними и 20-ью внутренними уровнями ветвления

Примечание: Ряд 1 – число элементов на внешних и внутренних уровнях; Ряд 2 –размер элементов на внешних и внутренних уровнях; Ряд 3 – расстояние между внутренними уровнями; Ряд 4 – расстояние между внешними уровнями.

Из рис. 1 видно, что степенная ось симметрична относительно отметки «1» в логарифмическом масштабе, а показательные оси симметричны относительно отметки «1» в обычном масштабе. На рис. 3 показаны графики этих функций для *2*-адического дерева с 20-ью внешними и 20-ью внутренними уровнями ветвления. Из сравнения рис.1 и 3. следует, что показательная и степенная функции иерархического дерева связаны через логарифмический аргумент. На рис. 2 и рис.4 показаны оси и графики функций *E*-адического дерева, аналогичные осям и графикам функций *2*-адического дерева, изображенным на рис. 1 и рис. 3 соответственно. Отличие графиков рис. 3 от рис. 4 заключается в том, что графики степенной и экспоненциальной функций рис. 3 имеют степень (коэффициент при аргументе степени), абсолютная величина которой равна *ln(2)*=0,693..,а графики функций на рис. 4 имеют степень (коэффициент при аргументе степени), абсолютная величина которой равна 1. Следует отметить, что на рис.2 степенной ряд с показателем степени по абсолютной величине равным 1, объединяет натуральный ряд и гиперболический ряд. Этот ряд в логарифмическом масштабе является симметричным относительно 1, а в обычном масштабе является инверсным относительно 1.

Кроме того, уместно отметить следующую интерпретацию иерархической модели ценоза. Узел ветвления представляет собой вид в ценозе, а количество элементов в нем – популяцию. Уровень ветвления представляет собой род, а количество элементов на уровне ветвления представляет собой касту. Эти термины соответствуют терминологии из [1].

Выводы

1. В модели ценоза (техноценоза) показательную функцию, описывающую распределение количества элементов по его видам (рангам), преобразуют. В ней заменяют аргумент (показатель степени) логарифмом аргумента и получают степенную функцию. Это позволяет выделить на логарифмической шкале

периоды (декады, октавы) степенной связи.

2. В модели ценоза (техноценоза) в виде иерархического дерева показательная функция (экспонента) характеризует распределение количества элементов сообщества или распределение их размера по видам (рангам), а степенная функция (гипербола) характеризует распределение расстояния (и времени) между уровнями ветвления дерева. Величина показателя степени и её знак характеризуют скорость и направление ветвления (эволюции) иерархического дерева, соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудрин Б. И. Математика ценозов: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру гиперболические Н-распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта // Философские основания технетики. Ценологические исследования. Вып. 19. М.: Центр системных исследований,2002. С. 357 – 412.
2. Жилин Б.В. Энтропийный критерий на использование конечного ресурса в границах ценоза // Философские основания технетики. Вып.19. Ценологические исследования. М.: Центр системных исследований, 2002. С.286 – 290.
3. Жилин Б.В. Техноценологический подход Б.И. Кудрина и его развитие // Ценологическое видение сообществ материальных и идеальных реальностей: фундаментальность теории и всеобщность практики. Вып. 53. Ценологические исследования. М.: Технетика. 2014. С.389 – 404.
4. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. 528с.
5. Хорьков С.А. Числовая модель электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия // Промышленная энергетика. 2018. №5. С.44 – 51.
6. Хорьков С.А. Проблема поэлементного расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, модели и методики для её решения [в печати].

Поступила в редакцию 17.02.2019

Сведения об авторах
Хорьков Сергей Алексеевич
кафедра теплоэнергетики,
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»,
Институт нефти и газа им. М.С. Гуцериева.
426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп.7,
E-mail: horkov_07@mail.ru

S.A. Horkov

IS ABOUT THE EXPONENT, THE EXPONENTIAL FUNCTION AND THE HYPERBOLA IN CENOLOGY

Annotation. It is shown that in the cenosis model the exponential function describing the distribution of the number of elements by its types (ranks) is transformed, in it the argument (exponent) is replaced by the logarithm of the argument and a power function is obtained. It is shown that in the cenosis model in the form of a hierarchical tree the exponential function (exponent) characterizes the distribution of the number of elements or the distribution of their size by species (ranks), and the power function (hyperbola) characterizes the distribution of distance (and time) between the levels of tree branching. It is established that the coefficient of the argument of the exponent of the exponential function and the exponent of the exponential function expressed using the logarithm of the number of elements in the fork node of the hierarchical tree. It is shown that in the power function the value of this index and its sign characterize the speed and direction of branching of the hierarchical tree, respectively.
***Key words*:** cenosis model, self-similar structure, hierarchical tree.

For citation: Horkov S.A. [Is about the exponent, the exponential function and the hyperbola in zenology]. *Upravlenie texnosferoj*, 2019, vol. 2, issue 1. (In Russ) Available at: http://f-ing.udsu.ru/technosphere

REFERENCES

1. Kudrin B. I. *Matematika tsenozov: vidovoye, rangovidovoye, rangovoye po parametru giperbolicheskiye N-raspredeleniya i zakony Lotki, TSipfa, Pareto, Mandel'brota* [The Mathematics of cenoses: species, rangewide, ranked according to the parameter of the hyperbolic N-distribution and the laws of the Trays, texts, Pareto, Mandelbrot]. *Filosofskiye osnovaniya tekhnetiki. TSenologicheskiye issledovaniya.* issue 19, Moscow: The center for system studies, 2002, pp. 357 – 412. (In Russ)
2. ZHilin B.V. Entropiynyy kriteriy na ispol'zovaniye konechnogo resursa v granitsakh tsenoza [The entropy criterion for the use of finite resource within the limits of cenosis] *Filosofskiye osnovaniya*

tekhnetiki. *TSenologicheskiye issledovaniya*, issue 19, Moscow: The center for system studies, 2002, pp. 286 – 290. (In Russ)

3. ZHilin B.V. *Tekhnotsenologicheskiy podkhod B.I. Kudrina i ego razvitiye* [The technocenological approach of B. I. Kudrin and its development] *TSenologicheskoye videniye soobshchestv material'nykh i ideal'nykh real'nostey: fundamental'nost' teorii i vseobshchnost' praktiki. TSenologicheskiye issledovaniya*, issue 53, Moscow: Tekhnetika, 2014, pp. 389 – 404. (In Russ)
4. SHreder M. *Fraktaly, khaos, stepennyye zakony. Miniatyury iz beskonechnogo raya*. [Fractals, chaos, power laws. Miniatures from the infinite Paradise]. Izhevsk: NITS «Regular and chaotic dynamics», 528 p. (In Russ)
5. KHor'kov S.A. CHislovaya model' elektropotrebleniya mnogonomenklaturnogo tsekha promyshlennogo predpriyatiya [Numerical model of power consumption of diversified shop of the industrial enterprise]. *Promyshlennaya energetika*. 2018, no. 5, pp.44 – 51. (In Russ)
6. KHor'kov S.A. The problem of element-by-element calculation of power consumption of diversified plant of industrial enterprise, models and methods for its solution, (In Russ., unpublished).

Received 17.02.2019

About the Authors
Horkov Sergey Alekseevich
Department of Heat Power Engineering,
Udmurt State University,
Oil and Gas Institute of. M.S. Gutseriev.
426034, Russia, Izhevsk, University str. 1/7,
E-mail: horkov_07@mail.ru